Aula 01
Probabilidade de um evento
Samuel 0liveira

TEORIA DAS PROBABILIDADES

O estudo das probabilidades foi motivado inicialmente pelos jogos, encontrando mais tarde aplicações em outros campos, como a genética, a medicina, a economia, a política e outros setores da atividade humana em que há necessidade de prever a ocorrência de determinado fato.

A TEORIA DAS PROBABILIDADES

Os primeiros estudos devem-se ao matemático francês Blaise Pascal (1623 – 1662). Ao viajar com um jogador, viu-se diante de um problema sobre jogo de dados. Após estudá-lo, escreveu sobre suas conclusões ao colega francês Pierre de Fermat (1601 – 1665). As análises que ambos elaboraram a partir desse problema deram início ao que chamamos de ***teoria das probabilidades***.

Elementos do estudo das probabilidades

EXPERIMENTO ALEATÓRIO

Consideramos experimentos aleatórios os fenômenos que apresentam resultados imprevisíveis quando repetidos, mesmo que as condições sejam semelhantes.

Exemplos:

a) Lançar duas moedas e observar as faces voltadas para cima.

b) Retirar uma carta de um baralho e observar o naipe.

c) Abrir um livro ao acaso e depois observar o número da página.

ESPAÇO AMOSTRAL

É o conjunto de todos os resultados possíveis de ocorrer num experimento aleatório equiprovável.

Exemplos:

a) No lançamento de um dado comum de seis faces numeradas de 1 a 6, U = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e n(U) = 6.

b) No lançamento de uma moeda, U = { cara, coroa} e n(U) = 2.

b) No lançamento de duas moedas, U = {(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)} e n(U) = 4.

EVENTO

É qualquer <u>subconjunto</u> de um espaço amostral U.

Exemplos:

a) No lançamento de duas moedas:

Evento (E): aparecerem faces iguais.

E = {(c, c), (k, k)}. Portanto, n(E) = 2.

b) No lançamento simultâneo de dois dados comuns:

Evento (E): o número do primeiro dado é o dobro do número do segundo dado.

E = {(2, 1), (4, 2), (6, 3)}. Portanto, n(E) = 3.

PROBABILIDADE

Considerando um espaço amostral **U**, não-vazio, e um evento **E**, sendo **E** $\subset$ **U**, a probabilidade de ocorrer o evento E é o número real **P(E)**, tal que:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)}$$

Consequência da definição:

$0 \leq P(E) \leq 1$ ou $0\% \leq P(E) \leq 100\%$

Exemplos:

1) Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores naturais de 30, determinar a probabilidade de que ele seja primo.

2) Um casal planeja ter 3 filhos. Qual a probabilidade de os 3 serem do mesmo sexo?

Resoluções:

1) Espaço amostral: $n(U) = 8$ $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

Evento: $n(E) = 3$ $\{2, 3, 5\}$

$P(E) = n(E)/n(U)$

$P(E) = 3/8$

2) Masculino: M e Feminino: F

U = {(MMM), (MMF), (MFM), (MFF), (FFF), (FFM), (FMF), (FMM)}

$n(U) = 8$

E = {(MMM), (FFF)}

$n(E) = 2$

$P(E) = 2/8 = 1/4$ ou 25%

3) Qual a probabilidade de ocorrer soma 10 no lançamento de dois dados comuns?

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

4) No lançamento simultâneo de dois dados comuns, calcular a probabilidade de obtermos soma diferente de 11.

5) No lançamento de um dado comum, verificou-se que foi obtida face com número maior que 2. Qual é a probabilidade de esse número ser primo?

Resoluções:

3) n(U) = 36

n(E) = 3 {(4,6); (5, 5); (6, 4)}

P(E) = 3/36 = 1/12

4) n(U) = 36

soma igual a 11: 2 {(6, 5); (5, 6)}

soma diferente de 11: 36 – 2 = 34

n(E) = 34

P(E) = 34/36 = 17/18

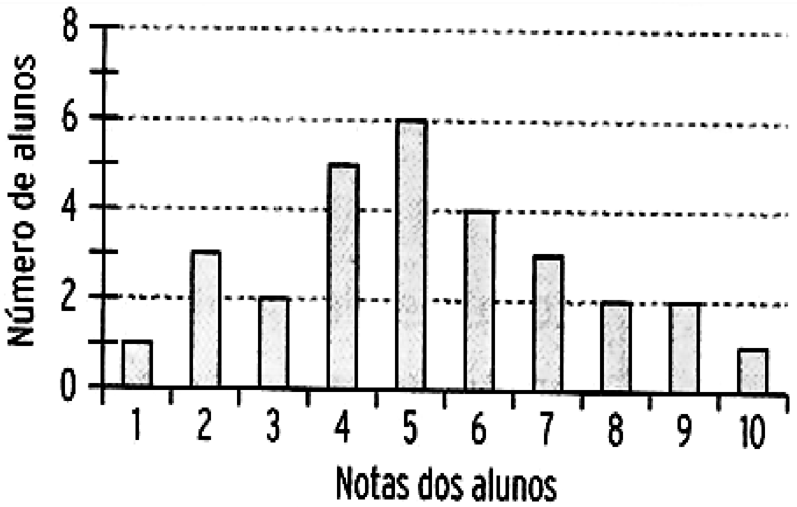
5) n(U) = 4 {3, 4, 5, 6}

n(E) = 2 {3, 5}

P(E) = 2/4 = 1/2 ou 50%

6) Uma urna contem 40 bolas numeradas de 01 a 40. Uma delas será sorteada ao acaso. Qual a probabilidade de sair um múltiplo de 6?

7) As notas de um teste aplicado a um grupo de alunos estão descritas no gráfico ao lado.
Com base nesse gráfico, qual é a probabilidade de um escolhido ao acaso ter obtido uma nota superior a 6?



Resoluções:

6) n(U) = 40

n(E) = 6 {6, 12, 18, 24, 30, 36}

P(E) = 6/40 = 3/20 ou 15%

7) Total de alunos: 29 {1+3+2+5+6+4+3+2+2+1}

n(U) = 29

Numero de alunos com notas superiores a 6: 8

n(E) = 8

P(E) = 8/29

08) Para se ter ideia do perfil dos candidatos ao curso de odontologia em um vestibular, 600 estudantes candidatos a esse curso foram selecionados ao acaso e entrevistados, sendo que, entre esses, 260 eram homens. Descobriu-se que 140 desses homens e 100 das mulheres entrevistadas já estavam cursando o ensino superior em outra instituição. Se um dos 600 estudantes entrevistados for selecionado ao acaso, a probabilidade de ele ser uma mulher que, no momento da entrevista, não estava cursando o ensino superior é igual a:

a) 0,12 b) 0,57 c) 0,40 d) 0,70 e) 0,42

09) Numa brincadeira, um dado, com faces numeradas de 1 a 6, será lançado por Cristiano e, depois, por Ronaldo. Será considerado vencedor aquele que obtiver o maior número como resultado do lançamento. Se, nos dois lançamentos, for obtido o mesmo resultado, ocorrerá empate.

Com base nessas informações:

1. Calcule a probabilidade de ocorrer um empate.
2. Calcule a probabilidade de Cristiano ser o vencedor.

Resoluções:

8) Distribuição dos dados:

	Cursando ensino superior	Não cursando o ensino superior	Total
Homens	**140**	**120**	**260**
Mulheres	**100**	**240**	**340**
Total	**240**	**360**	**600**

$n(U) = 600$

$n(E) = 240$

$$P(E) = 240/600 = 2/5 \text{ ou } 40\%$$

Resoluções:

Possibilidades para o lançamento do dado:

Cristiano: {1, 2, 3, 4, 5, 6}; Ronaldo: {1, 2, 3, 4, 5, 6 }

(1, 1);(1, 2);(1, 3);(1, 4);(1, 5);(1, 6)

(2, 1);(2, 2);(2, 3);(2, 4);(2, 5);(2, 6)

(3, 1);(3, 2);(3, 3);(3, 4);(3, 5);(3, 6)

(4, 1);(4, 2);(4, 3);(4, 4);(4, 5);(4, 6)

(5, 1);(5, 2);(5, 3);(5, 4);(5, 5);(5, 6)

(6, 1);(6, 2);(6, 3);(6, 4);(6, 5);(6, 6) *n(U) = 36*

9) Ocorrer empate: ***P(E) = 6/36 = 1/6*** {valores iguais}

10) Cristiano vencer: ***P(E) = 15/36 = 5/12***

Sugestões de atividades:

Livro – parte II

Leitura:
- páginas – 574 à 576
- páginas – 577 e 578

Exercícios:
- página – 577 (questões: 1 a 7)
- página – 579